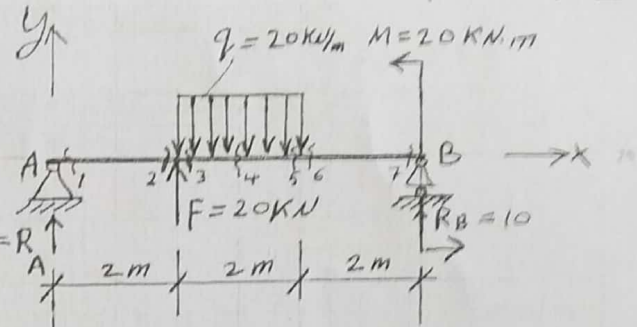


السؤال الاول: (40 درجة)



حساب ردود الأفعال

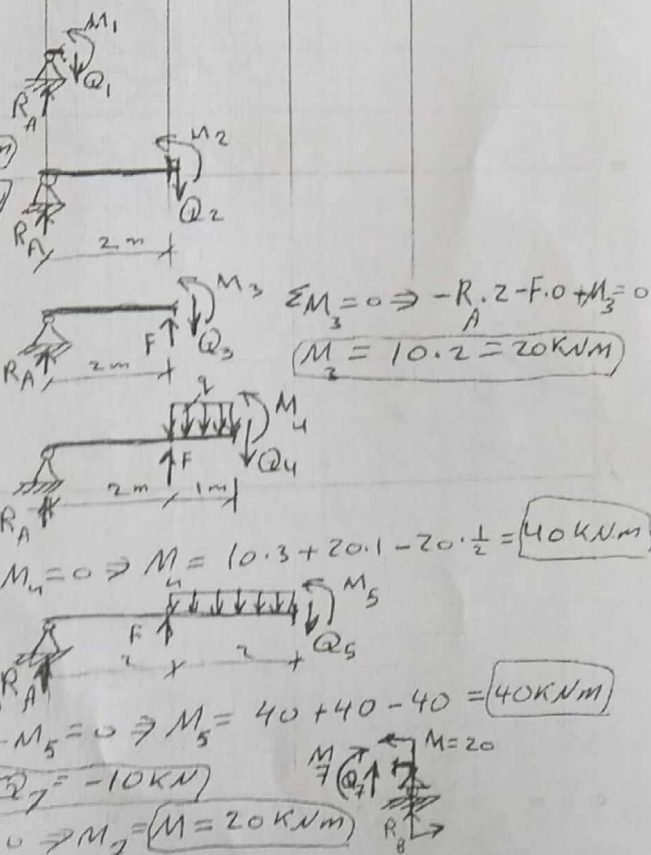
حساب  $R_A$   $\Rightarrow \sum M_B = 0 \Rightarrow$   
 $-R_A \cdot 6 - F \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 + M = 0$   
 $-R_A \cdot 6 - 20 \cdot 4 + 20 \cdot 6 + 20 = 0$   
 $6R_A = -80 + 120 + 20 = 60 \Rightarrow$   
 $R_A = \frac{60}{6} = 10 \text{ kN}$

حساب  $R_B$   $\Rightarrow \sum M_A = 0 \Rightarrow$   
 $+R_B \cdot 6 + M + F \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 3 = 0$   
 $6R_B + 20 + 20 \cdot 2 - 20 \cdot 6 = 0$   
 $6R_B = -20 + 40 + 120 = 160$   
 $R_B = \frac{160}{6} = 10 \text{ kN}$

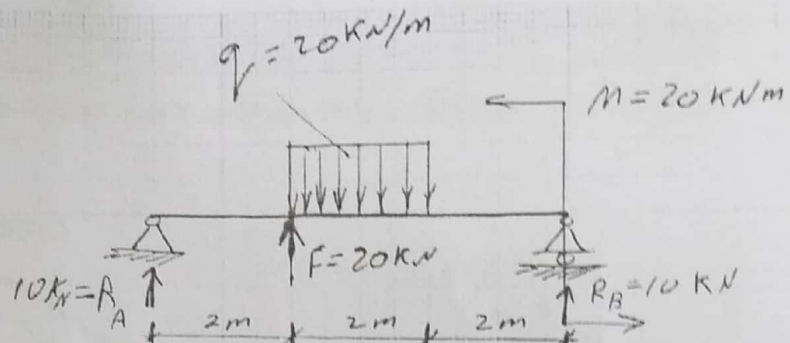
التحقق  $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + F - q \cdot 2 + R_B = 0$   
 $10 + 20 - 20 \cdot 2 + 10 = 0$   
 $\Rightarrow \text{OK. صحيح}$

حساب قوى القص Q

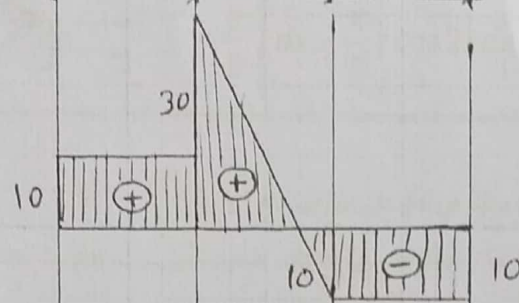
عند المقطع 1 والعمود  $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R - Q = 0$   
 $\Rightarrow Q_1 = R_A = 10 \text{ kN}$   
 $\sum M_1 = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 0 + M_1 = 0 \Rightarrow M_1 = 0 \text{ kNm}$   
 عند المقطع 2  $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 10 \text{ kN}$   
 $\sum M_2 = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 2 + M_2 = 0 \Rightarrow M_2 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ kNm}$   
 عند المقطع 3  $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + F - Q_3 = 0$   
 $10 + 20 = Q_3 \Rightarrow Q_3 = 30 \text{ kN}$   
 عند المقطع 4  $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + F - q \cdot 1 - Q_4 = 0$   
 $\Rightarrow 10 + 20 - 20 \cdot 1 = Q_4 \Rightarrow Q_4 = 10 \text{ kN}$   
 $\sum M_4 = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 3 - F \cdot 1 + q \cdot 1 \cdot (\frac{1}{2}) + M_4 = 0 \Rightarrow M_4 = 10 \cdot 3 + 20 \cdot 1 - 20 \cdot \frac{1}{2} = 40 \text{ kNm}$   
 عند المقطع 5 و 6  $\Rightarrow \sum F_y = 0$   
 $R_A + F - q \cdot 2 - Q_5 = 0 \Rightarrow Q_5 = -10 \text{ kN}$   
 $\sum M_5 = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 4 - F \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 1 + M_5 = 0 \Rightarrow M_5 = 40 + 40 - 40 = 40 \text{ kNm}$   
 عند المقطع 7  $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_7 + R_B = 0 \Rightarrow Q_7 = -10 \text{ kN}$   
 $\sum M_7 = 0 \Rightarrow -M_7 + M = 0 \Rightarrow M_7 = M = 20 \text{ kNm}$



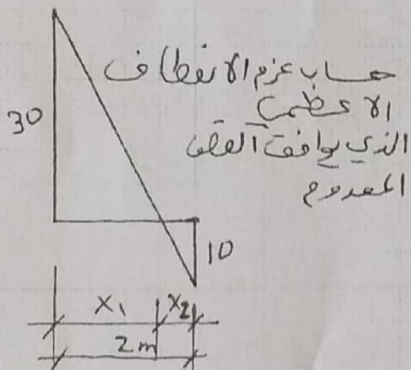
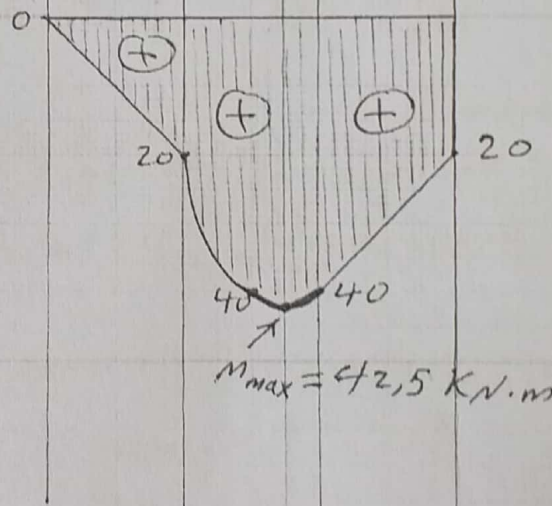
توزيع الدرجات:  
 1- حساب ردود الأفعال ..... 5 درجات  
 2- حساب قوى القص ..... 10 درجات / ورسمها ..... 5 درجات  
 3- حساب عزوم الانعطاف ..... 10 درجات / ورسمها ..... 5 درجات  
 4- حساب عزم الانعطاف الاعظمي ورسمه ..... 5 درجات  
 في حال وجود خطأ في حساب ردود الأفعال وتابع الطالب الحساب والرسم بطريقة صحيحة، يعطى 50% لكل من البنود (4-3-2)



مخطط قوى القسا  $Q$  (kN)



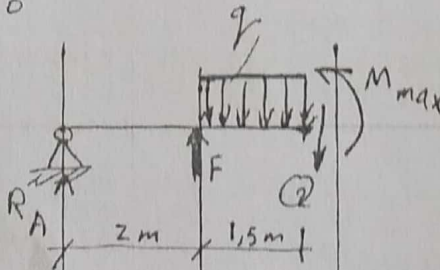
مخطط عزوم الانعطاف  $M$  (kN.m)



حساب عزوم الانعطاف  
الاعظم  
الذي يتوافق القسا  
المعروف

$$\frac{10}{x_2} = \frac{30}{x_1} \Rightarrow \frac{10}{2-x_1} = \frac{30}{x_1}$$

$$60 - 30x_1 = 10x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{60}{40} = 1.5 \text{ m}$$



$$\sum M_{(max)} = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 3.5 - F \cdot 1.5 + q \cdot 1.5 \left(\frac{1.5}{2}\right) + M_{max} = 0$$

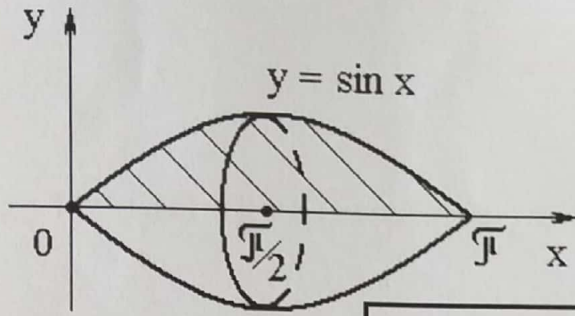
$$-35 - 30 + 20 \frac{1.5^2}{2} + M_{max} = 0$$

$$-65 + 22.5 + M_{max} = 0 \Rightarrow M_{max} = 65 - 22.5 = 42.5$$

$$M_{max} = 42.5 \text{ kN.m}$$

ثاني: (15 درجة)

حجم الجسم الفراغي الناتج عن دوران التابع المبيّن بالشكل  $y = \sin x$  حول المحور X ووفق الحدود المبيّنة  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $0 \leq x \leq \pi$



$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi dx - \frac{\pi}{2} \int_0^\pi \cos 2x dx = \frac{\pi}{2} x \Big|_0^\pi - \frac{\pi}{4} \sin 2x \Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2}$$

توزيع الدرجات:

يعطى الطالب كامل العلامة (15) درجة في حال كان الجواب صح أي  $\frac{\pi^2}{2}$  وفي حال وجود خطأ: يعطى 5 درجة للعلاقة الأساسية إذا كانت صحيحة، ..... و 5 درجة لكتابة علاقات التكامل صح.

السؤال الثاني: (10 درجة)

$$x - y + 2z = 1$$

$$2x + y + z = -1$$

$$x + 2y - 3z = 8$$

الحل:  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ ,  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

الآن يجب ان نجد  $A^{-1}$

$$A_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -5 \quad A_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 7 \quad A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3$$

$$A_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -5 \quad A_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -3 \quad A_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \quad A_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$C = \begin{bmatrix} -5 & 7 & 3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{adj}(A) = C^T = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -3 \\ 7 & -5 & 3 \\ 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -5 - 7 + 6 = -6$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A) = \frac{1}{-6} \begin{bmatrix} -5 & 1 & -3 \\ 7 & -5 & 3 \\ 3 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/6 & -1/6 & 1/2 \\ -7/6 & 5/6 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/6 & -1/6 & 1/2 \\ -7/6 & 5/6 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5/6 + 1/6 + 4 \\ -7/6 - 5/6 - 4 \\ -1/2 - 1/2 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$x = 5, \quad y = -6, \quad z = -5$$

توزيع الدرجات:

يعطى الطالب كامل العلامة (10) درجة في حال كان الجواب صح أي  $x = 5, y = -6, z = -5$  وفي حال وجود خطأ: يعطى 5 درجة إذا كانت خطوات الحل صحيحة.

المشقة (5 درجة)

المشقة التابع التالي؟

$$x \neq \frac{1}{2} \text{ حيث } y = \frac{8x^7}{2x-1}$$

الحل:

$$f_2(x) = 2x - 1 \Rightarrow f_2'(x) = 2 \text{ و } f_1(x) = 8x^7 \Rightarrow f_1'(x) = 7 \times 8x^{7-1} = 56x^6$$

لدينا

إذاً

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{f_1'(x)f_2(x) - f_2'(x)f_1(x)}{(f_2(x))^2} = \frac{56x^6(2x-1) - 2 \times 8x^7}{(2x-1)^2} = \frac{56x^6(2x-1) - 16x^7}{(2x-1)^2} \\ &= \frac{112x^7 - 56x^6 - 16x^7}{(2x-1)^2} = \frac{96x^7 - 56x^6}{(2x-1)^2} = \frac{8x^6(12x-7)}{(2x-1)^2} \end{aligned}$$

$$y = e^{-x} \ln x^2$$

اوجد مشقة التابع التالي؟

الحل:

$$y' = -e^{-x} \ln x^2 + \frac{2x}{x^2} e^{-x} = \left( \frac{2}{x} - \ln x^2 \right) e^{-x}$$

توزيع الدرجات:  
يعطى الطالب (5) درجة في حال كان الجواب صح في التمرينين  
وإذا كان الجواب خطأ في احدهما يعطى فقط (3) درجة

مدرس المقرر  
د.م. أحمد ميهوب

